10. Se $f(x)$ é contínua e $m \leq f(x)$ para todo x em $[a, b]$, provar que

$$m\,(b - a) \leq \int_a^b f(x)\;dx.$$ Ilustrar graficamente, supondo $m > 0$.

11. Aplicar os resultados dos exercícios 9 e 10, para encontrar o menor e o maior valor possível das integrais dadas a seguir:

a) $\displaystyle\int_3^4 5x\;dx$ *b)* $\displaystyle\int_{-2}^4 2x^2\;dx$

c) $\displaystyle\int_1^4 |x - 1|\;dx$ *d)* $\displaystyle\int_{-1}^4 (x^4 - 8x^2 + 16)\;dx$.

Nos exercícios de 12 a 34, calcular as integrais.

A **12.** $\displaystyle\int_{-1}^2 x\,(1 + x^3)\;dx$ **13.** $\displaystyle\int_{-3}^0 (x^2 - 4x + 7)\;dx$

A **14.** $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x^6}$ **15.** $\displaystyle\int_4^9 2t\,\sqrt{t}\;dt$

A **16.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{3y + 1}}$ **17.** $\displaystyle\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \operatorname{sen} x \cos x\;dx$

A **18.** $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{x^2\;dx}{\sqrt{x^3 + 9}}$ **19.** $\displaystyle\int_0^{2\pi} |\operatorname{sen} x|\;dx$

20. $\displaystyle\int_{-2}^5 |2t - 4|\;dt$ **21.** $\displaystyle\int_0^4 |x^2 - 3x + 2|\;dx$

22. $\displaystyle\int_0^4 \frac{4}{\sqrt{x^2 + 9}}\;dx$; **23.** $\displaystyle\int_{-2}^0 \frac{v^2\;dv}{(v^3 - 2)^2}$

24. $\displaystyle\int_1^5 \sqrt{2x - 1}\;dx$ **25.** $\displaystyle\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x} + 1)^3}$

26. $\int_0^3 x\sqrt{1+x}\; dx$

27. $\int_0^{\pi/2} \text{sen}^2\, x\; dx$

28. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1+\text{sen}\, x)^5}\, dx$

29. $\int_0^4 (2x+1)^{-1/2}\, dx$

30. $\int_0^2 \sqrt{2x}\,(\sqrt{x}+\sqrt{5}\,)\; dx$

31. $\int_1^2 \frac{5x^3+7x^2-5x+2}{x^2}\, dx$

32. $\int_1^2 x \ln x\; dx$

33. $\int_{-3}^{-2} \left(t-\frac{1}{t}\right)^2 dt$

34. $\int_0^{-1} \frac{x^3+8}{x+2}\, dx$.

35. Seja f contínua em $[-a,\ a]$. Mostrar que:

a) Se f é par então $\int_{-a}^{a} f(x)\; dx = 2\int_0^a f(x)\; dx$.

b) Se f é ímpar então $\int_{-a}^{a} f(x)\; dx = 0$.

36. Usar o resultado do exercício 35 para calcular:

a) $\int_{-\pi}^{\pi} 2\, \text{sen}\, x\; dx$

b) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{\pi}\, dx$

c) $\int_{-1}^{1} (x^4+x^2)\; dx$.

6.11 CÁLCULO DE ÁREAS

O cálculo de área de figuras planas pode ser feito por integração. Vejamos as situações que comumente ocorrem.